

TOPLAMSAL İFADELER İÇEREN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDEKİ TERSİNE ÇEVİRME PRENSİBİ UYGULAMALARI*

Özge YİĞİT**
Esin ACAR***

ÖZET

Bu çalışmanın amacı; ilköğretim üçüncü sınıf öğrencilerinin toplamsal ilişkiler içeren (toplama-çıkarma) problemlerde tersine çevirme prensibini uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçlerini, bu öğrencilerin bu tür problemleri çözerken hangi stratejileri kullandıkları ve nasıl kullandıklarını incelemektir. Bu araştırmanın deseni nitel olarak yapılandırılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını İzmir ili merkez ilçesinde bulunan bir ilköğretim okulunda bulunan biri kız biri erkek iki 3. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Yapılan klinik görüşmelerin içerik analizi sonuçlarına göre öğrencilerin tersine çevirme stratejisini toplamsal ifadeler içeren yarı soyut problemlerde, sözel ifade gerektiren problemlere göre daha fazla kullandığı sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Toplamsal İfadeler, Tersine Çevirme Prensibi, Tersine Çevirme Stratejileri Öğretimi, Aritmetik Öğretimi, İlköğretim Matematik Öğretimi.*

ABSTRACT

INVERSION PRINCIPLE APPLICATIONS ON SOLUTIONS OF THE PROBLEMS INCLUDING ADDITIVE RELATIONSHIPS

The study aims to examine third grade students' mental processes during their application of inversion principle on solving the problems including additive relationships, which strategies that these students used for solving the problems and how they use them. The study's design is organized as qualitative research method. The participants of the study consist of two 3th grade students

* Bu makale Özge Yiğit'in "İlköğretim 3. Sınıf Öğrencilerinin Toplamsal İfadeler İçeren Problemlerin Çözümünde Tersine Çevirme Prensibini Uygularken Geçirdikleri Zihinsel İşlem Süreçleri" isimli yüksek lisans tezinden türetilmiştir.

** İzmir Özel Ege İlkokulu Matematik Öğretmeni
(yigitozge83@gmail.com)

*** Yrd. Doç. Dr., Adnan Menderes Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, Sınıf Öğretmenliği Ana Bilim Dalı
(esinnacar@gmail.com)

attending to an elementary school in Izmir-as one female and another one is male. According to the performed clinical interviews' content analysis results, it is concluded that the students used inversion principle for solving the semi-abstract problems including additive relationships more than the verbal problems.

Keywords: Additive Expressions, Inversion Principle, Teaching of Inversion Strategies, Arithmetic Teaching, Math Teaching at Primary School Level.

Giriş

Bireylerin günlük yaşamda çok sık kullandığı ve her düzeyde matematik yapabilmek için gerekli olan en önemli matematiksel becerilerden birisi işlem becerisidir. Arsal'ın (2002) da belirttiği gibi matematiksel anlama, ilişki kurma, başarı ve matematikten yararlanmak için, toplama, çıkarma, çarpma, bölme olarak tanımlanan dört işlemde yeterli olmak bir zorunluluk olarak görülmektedir. Skemp (1978) matematik öğretiminde temel olarak *ilişkisel (relational)* ve *araçsal (instrumental)* olmak üzere iki tür kavrayıştan bahsetmektedir. Öğrencinin matematiksel bilgiyi anlamasını sağlayacak ilişkisel ve araçsal beceriler arasında toplamsal ifadeler içeren problemlerin çözümünde kullanılan tersine çevirme stratejisi ile ilişkilendirilebilecek olanlardan bir tanesi, *tahmin etme ve zihinden işlem yapma* becerilerinin etkin olarak kullanılabilmesi ve problem çözme stratejileri geliştirilmesidir. Böylece geliştirilen bu stratejilerle öğrencilerin günlük hayat problemlerini kolaylıkla çözebilmelerini sağlamak amaçlanmaktadır. İşlemlerin kolayca çözülebilmesini sağlayan kısa yollardan oluşan tersine *çevirme stratejisi* ilköğretim matematik öğretiminin genel amaçlarından biri olan ilişkileri görebilme ve tahmin etme becerisi (MEB, 2005) ile yakından ilgilidir. Bu sebeple, araştırma konusunu oluşturan tersine çevirme stratejilerinin kullanılmasının bireylere, problem çözmede bir üstünlük sağlayacağı düşünülmektedir.

Mevcut araştırma öğrencilerin “yarı-soyut” ve “sözel ifade içeren” problem türlerinde tersine çevirme stratejisini nasıl kullandıkları üzerine odaklanmaktadır. Ayrıca, öğrenciler tarafından söz konusu strateji dışında kullanılan başka toplamsal işlem stratejileri ve bunları hangi sıklıkla kullandıkları da araştırma kapsamında incelenmiştir.

Literatür İncelemesi

Tersine çevirme, (geriye dönüşebilirlik) başlangıç noktasına geri dönme anlamına gelir (Mesleki Eğitim ve Öğretim Sistemini Güçlendirme Projesi-MEGEP, 2007). Bu tanımın ışığında Bryant'ın (1992) verdiği kirli tişörtün temizlenip tekrar

eski haline dönüş örneği, tersine çevirme kavramının başlangıç noktasına geri dönme anlamına gelişini desteklemektedir. Tersine çevirme problemi, geçmişte oldukça başarılı bir şekilde kullanılmış olan bir işlem türüdür (Starkey ve Gelman, 1982; Akt: Robinson, 2006). Öğrencinin bir nesnenin aynı miktarda eklenip aynı miktarda çıkarılmasının mevcut durumu değiştirmedığını günlük deneyimleri sayesinde anlayabilmesi, öğrencide genel anlamda tersine çevirme işlemi ile ilgili ilk düşüncelerin oluşmasını sağlamaktadır (Sherman ve Bisanz, 2007).

Tahmin Etme ve Zihinden İşlem Yapma Becerileri

Günlük yaşamda dört türlü hesap kullanılmaktadır. Bunlar yazılı hesap, zihinden hesap, tahmini hesap ve hesap makinesi veya bilgisayar yardımıyla yapılan hesaptır (Van de Walle, 1994). Bu hesaplama türlerinden zihinden hesap ve tahmini hesap, günlük yaşamda yazılı hesaptan daha çok kullanılırlar. Tersine çevirme stratejisinin kullanımı tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini gerektirmektedir. Bu yüzden bu becerilerin gelişmesi tersine çevirme stratejisinin kullanımını kolaylaştıracaktır.

Problem Çözme Becerileri ve İşlemlerin Birbirleri ile Olan İlişkileri

Skemp'e göre (1986), problem çözme yeteneği insanın varlığını sürdürebilmesi için gerekli en temel yeteneklerden biridir. Problem çözme etkinlikleri, bu zihinsel aktivitelerin başında gelir. Problem çözme, bireyin zihinsel davranışlarının önemli bir kısmını oluşturur (Schoenfeld, 1987). Problemlerin çözümünde gerekli olan ve kullanılan bütün aritmetik işlemler birbirleri ile ilişkilidir. Birbirlerine benzer ve farklı yönleri vardır. Toplama ile çıkarma ve çarpma ile bölme birbirlerinin tersi olup biri ile yapılan işlem diğeri ile geri alınabilir (Olkun ve Toluk, 2004).

İşlem Sırası Stratejileri

İşlem sırası stratejileri yapılan işlemin sonucuna ulaşmada hız ve kolaylık sağladığı için tersine çevirme stratejilerini destekler niteliktedir. Toplama ve çıkarma birbirini tamamlayan işlemlerdir. Örneğin, $5-3=?$ sorusu $3+=5$ şeklindeki toplama eşitliğine çevrildiğinde bulunacak sonuç ile yanıtlanabilir (Baroody, 1999). Robinson, Ninowski ve Gray (2006), çocukların işlemlerdeki tersine çevirme kavramı ve birleşme özelliğini anlayabilmeleri üzerine yaptıkları çalışmalarında sıkça kullanılan işlem stratejilerini belirlemişlerdir. Bunlar; tersine çevirme, soldan sağa işlem yapma, sağdan sola işlem yapma şeklinde özetlenebilir.

Robinson ve Ninowski (2003) araştırmalarında standart problemler üzerinde kullanılan ($2 \times 28:14$; $28:14=2 \times 2=4$) sağdan sola işlem yapma stratejisini bulmuşlardır. Bu strateji, çarpımsal ifadelerdeki birleşme özelliği temeline dayanmaktadır. Araştırmada toplamsal ifadeler içeren problemlerde Tersine Çevirme Stratejisi ele alınmıştır. ($25+12-12$) şeklinde sembolize edilen problemin çözümünde ($12-12=0$; $0+25=25$) işlemleri yapıyorsa, toplamsal ifadelerde birleşme özelliği kullanılıyor demektir.

Bütün bu literatür ışığında, bu çalışma toplamsal ilişkiler içeren (toplama-çıkarma) problemlerde tersine çevirme prensibinin uygulanması esnasında öğrencilerin geçirdikleri zihinsel işlemleri anlamak amacıyla yapılmıştır.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Piaget'e (1952) göre tersine çevirme ya da işlemlerin tersine çevrilebilirliğini anlamak sayıların doğasını anlamak açısından gereklidir (Bryant, Christie ve Rendu, 1999). Bryant (1992), küçük çocukların aritmetik anlamda toplama ve çıkarmayı kullanmalarından önce toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunu iyi biliyor olmaları gerektiğini belirtmiştir. Bu işlemlerin kullanılmasından önce de birbirlerinin tersi işlemler olduklarının bilinip bilinmediğinin öğretmenler tarafından kontrol edilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Dört işlem kavramı içindeki toplamsal ifadeler içinde yer alan toplama ve çıkarma, çocuklara öğretilecek olan en temel matematiksel akıl yürütme şeklidir. Tersine çevirme (Inversion Principle) bu akıl yürütme işleminde kullanılan bir stratejidir. Bu yüzden bu stratejinin kullanılmasının toplamsal ifadelerin çözülmesinde bir üstünlük sağlayacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda, ilköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma yaparken kullandıkları tersine çevirme stratejilerinin neler olduğunun ortaya çıkarılması ve öğrencilerin bu işlemler sırasında geçirdikleri zihinsel süreçleri belirlemek hedeflenmektedir.

Tersine çevirmenin nasıl anlaşıldığı ve kullanıldığı ya da anlaşılmadığı ve kullanılmadığının keşfedilmesi iki sebepten dolayı önemlidir (Bisanz, Watchorn, Piatt ve Sherman, 2009). Bisanz ve arkadaşlarına (2009) göre, bu sebeplerden bir tanesi çocukların tersine çevirme prensibini anlamaları, kullanmaları ve matematiksel düşüncenin gelişmesinde farklı türlerdeki bilgiler arasındaki ilişkiler açısından oldukça önemli bir araç olmasıdır. İkincisi ise tersine çevirme prensibinin anlaşılmasının matematik öğretimi açısından önemli sorunların anlaşılmasına imkân vermesidir. Bu bilgiler ışığında literatür incelendiğinde, Türkiye'de, dört işlemde tersine çevirme prensibinin öğrenciler tarafından kullanılması ile ilgili küçük bir

çalışma grubu ile yapılan ve durumların ayrıntılı bir şekilde incelendiği derinlemesine çalışmalar konusunda eksiklik olduğu tespit edilmiştir. Bu durum çalışmanın önemini daha da arttırmaktadır.

Yöntem

Araştırma Modeli

Çalışma “Karşılaştırmalı Durum Çalışmaları” (Comparative Case Studies) yaklaşımını temele alan nitel bir çalışmadır. Karşılaştırmalı durum çalışması yaklaşımı kullanılarak yapılan bir çalışma, katılımcıların özelliklerinin birçok araştırma alanı içinde karşılaştırılması gerektiğini vurgularken doğrudan durumun içinde olan katılımcıların bakış açılarından durumu keşfetmeye odaklanmıştır (Wyness, 2010).

Araştırmada klinik görüşme (clinical interview) tekniği kullanılmıştır. Klinik görüşme metodu bir çocuğa soru sorma ve çocuğun sorulan soru karşısında nasıl akıl yürüteceğini gözlemleyerek verdiği cevapları dikkatlice incelemeyi içerir (Mayer, 2005, p. 372). Bu yöntemle öğrencilerin toplamsal ilişkiler içeren problemlerde tersine çevirme prensibini uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçleri ve tersine çevirme ile ilgili bilgilerini nasıl yapılandırdıkları gözlemlenmiştir. Bu çalışma kapsamında yapılan görüşmelerde ilköğretim üçüncü sınıf matematik dersi “Doğal Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi” konusunu içeren, araştırmacı ve danışman tarafından hazırlanan yarı soyut ve sözel ifade gerektiren problemleri içeren iki bölümden oluşan sorular kullanılmıştır. Sorular yarı yapılandırılmış tarzda sorulmuş, gerektiğinde katılımcılara ek sorular yöneltilmiştir. Her bir öğrenci için ortalama on beş dakika süren bu görüşmeler video kamera ile kayda alınmış ve daha sonra yazıya dökülerek transkript edilmiştir. Araştırmada kodların ve kategorilerin elde edildiği öğrenci görüşlerinden bire bir alıntı yapılarak ‘geçerlilik’ sağlanmıştır (Patton, 1987).

Çalışma Grubu

Çalışma, İzmir ili Konak ilçesinde yer alan bir ilköğretim okulunda öğrenci olan birisi kız diğeri erkek olmak üzere iki 3. sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Çalışmanın metodunun “Durum Çalışması” (Case Study) yaklaşımını temel alması ve klinik görüşmeleri kullanması sebebiyle örneklem sayısı az tutulmuştur. Araştırmada birinci durumu oluşturan Osman onu tanıma esnasında yapılan görüşmede en sevdiği dersin matematik olduğunu belirtmiş ve çalışmada sıkılan

tavırlar sergilemiştir. İkinci durumu oluşturan Nilay ise öğretmeni tarafından başarılı olmayı çok seven, düşük not aldığında çok hırslanan ve üzerinde baskı hisseden bir çocuk olarak tanımlanmıştır. Araştırmada öğrencilerden bahsedilirken isimleri kullanılmıştır ancak kullanılan bu isimler öğrencilerin gerçek isimleri değildir.

Katılımcılar, öğretmenlerinin görüşleri ve Rehberlik Araştırma Merkezi'nde bulunan psikolojik danışma ve rehberlik uzmanı tarafından uygulanan, Wechsler Intelligence Scale for Children (WISC-R) zeka testi sonuçları dikkate alınarak belirlenmiştir. WISC-R zeka testi, seçilen 2 katılımcıya farklı günlerde Rehberlik ve Araştırma Merkezi'ndeki iki farklı uzman tarafından uygulanmıştır. Zeka testi, 10 dakika mola verilerek birer saatlik periyotlar şeklinde uygulanmış ve toplam 2 saat sürmüştür. Elde edilen sonuçlar öğrenci velileri ve öğretmenleriyle de paylaşılmıştır. Aynı zamanda katılımcıların seçilmesi öncesinde katılımcı öğrencilerin öğretmenlerinden “yaş grubunun ay ve yıl bazında yakın olması, matematiğe ilgisinin olması, rahatlıkla kendini ifade edebilmesi” gibi kriterlere uygun olan öğrencilerin önerilmesi konusunda istekte bulunulmuş ve bu öneriler dikkate alınmıştır. Öğrenci tanıma formunun kullanıldığı görüşmeler okul saatleri içinde, sınıf öğretmeninden izin alınarak, okul kütüphanesinde yapılmıştır. Yapılacak çalışmanın amacı konusunda veliler yazılı olarak, öğrenciler ise araştırmacı tarafından bilgilendirilmişlerdir.

Veri Toplama Araçları

Çalışmada veri toplama amaçlı klinik görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelerin yanı sıra öğrenci notları, video kaydı ve araştırmacı notları da veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Araştırmacılar öğrencilerin problem çözme esnasında yazdıklarını, video kaydından birebir çözümleme yapılanları (transcript edilenleri) ve görüşmelerle ilgili olarak aldığı notları değerlendirmiştir.

Öğrencinin Sorunun Çözümü Esnasında Çalışma Kâğıdına Aldığı Notlar

Öğrencilerin, çözüm gerektiren sorularda soru kağıdına yaptıkları işlemler, soru üzerine koydukları işaretlemeler, problem çözümü esnasında soru kağıdına çizdikleri resimler olmak üzere tüm çalışmalar araştırmacıya soru çözümü sırasında geçirilen zihinsel süreçlerin gözlemlenmesinde katkı sağlamıştır.

Video Kayıt Analizleri Sırasında Tutulan Araştırmacı Notları

Öğrencilerin soru çözümü sırasında tersine çevirme prensibini kullanırken

ne düşündüklerine dair ipuçları veren cümleler, öğrenciler tarafından kullanılan ifadeler, jestler, mimikler video kayıt analizleri yapılırken araştırmacı tarafından not alınmıştır. Araştırmacı tarafından, alınan bu notlardan ve öğrenci diyaloglarından oluşan bir günlük tutulmuş ve öğrenciler ile ilgili tüm bilgiler bu deftere en ince ayrıntısına kadar işlenmiştir.

Video Kayıt Cihazı

Araştırma süresince tüm klinik görüşmelerin video kayıtları yapılmıştır. Bu video kayıtlar klinik görüşmeler sonrasında birçok kez izlenmiş ve araştırmacı tarafından analiz edilmiştir.

Klinik Görüşmelerde Kullanılan Sorular

Klein ve Bisanz'a (2000) göre, standart problemleri kullanarak tersine çevirme kavramının kullanılıp kullanılmadığı anlaşılabilmektedir (Akt: Robinson, 2006), bu sebeple farklı soru türlerinin her biri kendi kategorisindeki standart problem türleri ile kontrol edilmiştir. Matematik öğretiminde toplamsal ifadeler içeren problemleri çözerken kullanılan tersine çevirme stratejisi ile ilgili hazırlanan görüşme soruları için iki ayrı soru türü belirlenmiştir. Bunlar; *standart problemler* ve *tersine çevirme problemleridir*.

Araştırmada kastedilen standart problemler, farklı sayılar kullanılarak oluşturulmuş olan $(a+b-c; a+b+c)$ soru tiplerinde hazırlanmış ve çözümünde kısa yolların kullanılmasını gerektirmeyen problemleri içerir. Bu problemler, öğrencilerin işlem becerisini kazanıp kazanmadıklarını ve işlemleri yaparken kullandıkları stratejileri gözlemleyebilmek amacıyla hazırlanmıştır.

Yarı Soyut Problemler

Tersine çevirme problemleri ise, işlemlerin yapılmasında tersine çevirme kısa yollarının kullanılmasına olanak sağlayan $(a+b-b; a+b-a)$ tipinde, çözümünde tersine çevirme kısa yollarının kullanıp kullanmadığını gözleme imkânı veren problemlerdir.

Tablo1. Yarı soyut standart/tersine çevirme problem tipinde yer alan sorunun ölçmek istediği davranışlar

Problem Tipi	Problem	Ölçülmek istenen
YSSPT		Standart tipteki problemlerin yarı soyut olarak kağıt üzerinde sorulduğunda çözülüp çözülmediğini gözlemlemek.
YSTÇPT		Tersine çevirme prensibinin kullanılabileceği problemlerin yarı soyut olarak sorulduğunda kullanılan çözüm stratejileri

*YSSPT: Yarı Soyut Standart Problem Tipi

**YSTÇPT: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi

Yarı soyut problemler, renkli blok resimleri ile oluşturulmuş çalışma kağıtları kullanılarak uygulanmıştır. Blok resimleriyle, çalışma kağıtlarında yer alan problem örnekleri Tablo 1’de görülmektedir.

Sözel İfade Problemleri

Sözel ifade problemleri öğrencilere, sözlü olarak tek tek sorulmuş ve öğrencilerden de işlem yapmadan sözel olarak cevaplandırmaları beklenmiştir. Verilen cevaplar video-kamera yardımıyla kayda alınmıştır. Sözel ifadeler şeklinde sorulan sorular aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

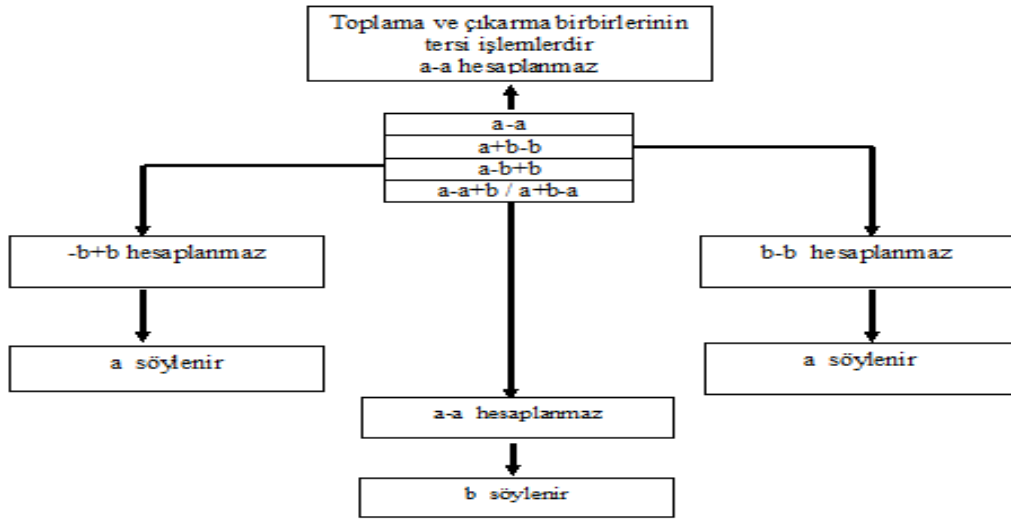
Tablo 2. Sözel standart/tersine çevirme problem tipinde yer alan soru örnekleri ve ölçmek istediği davranışlar

Problem Tipi	Problem	Ölçülmek İstenen
SÖSPT	1) Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	Standart tipteki problemlerin sözel olarak sorulduğunda çözölüp çözölmediğini gözlemlemek.
SÖTÇPT	2) Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	
	3) Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?	Tersine çevirme prensibinin kullanılabileceğı problemlerin sözel olarak sorulduğunda çözölüp çözölmediğini gözlemlemek.
	4) Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?	

*SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi

**SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

Tersine Çevirme İşlemlerinde Kullanılan Mantıksal Basamaklar



Şekil 1. İlköğretim öğrencilerinin toplamsal ifadeler içeren problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları tersine çevirme stratejisi

Şekil 1’deki, $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilmiş problem tipinde, öğrencinin zihninden “b-b” işlemini yapmaya gerek duymadan sonucun “a” olduğunu bilmesi ya da soru $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilerek sorulduğunda “a-a” hesaplamaya gerek duymadan sonucun “b” olduğunu fark edilebilmesi tersine çevirme prensibinin farkında olunduğunun ve tersine çevirme kısa yollarının kullanıldığının göstergesidir. Özetle, tersine çevirme kısa yolunun temel mantığı öğrencinin hiçbir şekilde işlem yapmaya gerek duymamasıdır.

Veri Toplama Süreci

Veri toplama sürecinde, her öğrenci ile her bir soru tipi için ortalama on beşer dakikalık klinik görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler 5 hafta sürmüştür. Her bir problem tipi için bir hafta ayrılıp o hafta boyunca iki öğrenci ile aynı problem üzerinde on beşer dakika ayrı ayrı görüşülmüştür. Görüşmeler okul kütüphanesinde, okul öğrencilerinin ders saatleri içinde gerçekleştirilmiştir. Görüşme süresi zaman zaman öğrenci cevap ve performansına göre değişme göstermiştir.

Klinik görüşmelerde kullanılan sorular yarı soyut ve sözel ifade gerektiren problemlerin hazırlanmasında, İlköğretim matematik program dikkate alınarak bir madde havuzu oluşturulmuştur. Madde havuzu, uzmanlara sunularak içinden soru

seçimi yapmaları istenmiştir. Ayrıca öğretmen görüşü alınmıştır. Klinik görüşmeler esnasında *‘Niçin böyle düşünüyorsun?’*, *‘Yaptığın işlemlerin ne anlama geldiğini söyleyebilir misin?’*, *‘Bununla ne demek istediğini bana açıklar mısın?’*, *‘Problem hakkında ne düşünüyorsun?’*, *‘Bu sonuca nasıl ulaştın?’*, *‘Bunu başka nasıl çözersin?’* gibi öğrenciyi düşünmeye, kullandığını açıklamaya yöneltten, ancak yönlendirici olmayan açık uçlu sorular yöneltilmiştir.

Verilerin Analizi ve Yorumlanması

Klinik görüşmeler yoluyla elde edilen verilerin analizi sırasında görüşme kasetlerinin tam çözümlemesi (transcript) yapılmış ve tamamı bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Bunun yanı sıra görüşme yapılan öğrencilerin demografik özellikleri belirlenmiş ve analizler sırasında bu özellikler de değerlendirilmiştir. Öğrencilerle görüşmeler ve onlara yaptırılan soruları cevaplama etkinlikleri iki aşamada analiz edilmiştir.

Birinci aşamada; araştırmada toplanan verilerin, araştırma problemine ilişkin olarak, neleri söylediği ya da hangi sonuçları ortaya koyduğunu ön plana çıkarmak, yani “ne? (nedir?)” sorusuna yanıt aramak için betimsel analiz kullanılmıştır. İkinci aşamada ise; toplanan verilerde doğrudan görülemeyen, ancak kavramsal kodlama ve sınıflama yoluyla temaları ve bu temalar arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak, yani “neden” ve “nasıl” sorularına yanıt aramak için içerik analizi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2000). Betimsel analizde, görüşme yapılan öğrencilerin görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmiştir. İçerik analizinde ise; daha önce betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler önce kodlarla anlamlı hale getirilmiş, daha sonra da ortaya çıkan kodlara göre veriyi açıklayan temalar saptanmıştır.

Bulgular ve Yorum

Bu bölümde “İlköğretim 3. sınıf öğrencileri toplamsal ve çıkarımsal ifadeler içeren yarı soyut ve sözel problemleri çözerken tersine çevrilebilirlik prensibini nasıl kullanmaktadırlar, hangi zihinsel süreçlerden geçmektedirler?”, “Standart problemlerin çözümünde hangi kısa yol stratejilerini kullanırlar?” sorularına verilen cevaplardan elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Durum I (Osman) - I. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Yarı soyut problem tipinde (YSPT) sorulan sorular, renkli küp şekillerinin

kâğıda aktarılarak bir çalışma kâğıdı oluşturulması şeklinde hazırlanmış ve öğrencinin renkli küp şekilleri kâğıt üzerinde gördüğünde kullanıp kullanmadığını görebilmek amaçlanmıştır. Araştırmacı, öğrenciye verdiği çalışma kâğıdındaki soruların çözülmesi için yeterli süreyi verdikten sonra (10- 15 dk) çözümleri değerlendirmiştir. Kontrol amaçlı standart tipte yöneltilen tüm soruların çözümünde öğrenci soldan sağa işlem yapmayı tercih etmiştir (Tablo 3).

Tablo 3. Yarı soyut tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri örnekleri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 -  +  = ?	YSTÇPT	SOSA
2.	 -  +  = ?	YSTÇPT	TÇS / NCD
3.	 +  -  = ?	YSTÇPT	SOSA
4.	 -  +  = ?	YSTÇPT	TÇS / NCD
5.	 +  -  = ?	YSTÇPT	TÇS
6.	 -  +  -  = ?	YSTÇPT	ÇZYK
7.	 +  -  = ?	YSTÇPT	TÇS / NCD

*YSTÇPT: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi.

**SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma.

***NCD: Nicel Düşünme; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma.

Öğrencinin, yarı soyut olarak sorulan sorularda nicel algılamasının fazla olduğu Tablo 3’de görülmektedir. Farklı renkteki küplerle sorulan soruların hepsinde renkler öğrenci tarafından önemsenmemiş ve sayısal hesaplama

yapıldıktan sonra ilk kısımdaki küpler hangi renkte ise o renk kullanılarak küpler cevap kâğıdına çizilmiştir. Öğrencinin, yarı soyut olarak yönelttilen altıncı sorunun çözümünde tersine çevirme stratejisini kullandığı görülmüştür. Araştırmacı tarafından öğrenciye işlem yapıp yapmadığı sorulduğunda işlem yapma gereği duymadığını, bu yolu kullanmanın daha kolay olduğunu belirtmesi bu bulguyu desteklemektedir. “**2 tane eklemişiz, 2 tane çıkarmışız**” şeklinde kurduğu cümle de öğrencinin tersine çevirme prensibinin farkında olduğunu göstermektedir. Bu bulguya yönelik Osman isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Osman - Görüşme: 1

Soru:  +  +  -  -  =?

Ö: Bu soruyu anlatır mısın nasıl yaptığını?

O: 3 küp ile 2 küpü toplayıp, 2 küp çıkarttığımız da 3 küp eder.

Ö: Peki Osman bunu düşünürken bir işlem yaptın mı?

O: **Yapmadım.**

Ö: Ne oldu da bildin sorunun cevabını?

O: (Küplere bakara).**2 tane eklemişiz, 2 tane çıkarmışız.**

Ö: Peki bu durumda soruların cevabını bulmak kolay mı zor mu?

O: **Kolay.**

Ö: Neden?

O: **Çünkü 3 mavi küpe 2 mavi küp eklersek, 2 mavi küpü çıkartırsak 3 mavi küp sonucu buluruz. Yani baştaki söylediğimiz sonucu buluruz.**

Durum I (Osman) – II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

İkinci görüşmede, öğrenciye yönelttilen sorular sözel tipte hazırlanmış ve sözel olarak sorulmuştur. Öğrenciye sorular sorulurken ve öğrenci soruları cevaplarken kâğıt, kalem kullanılmamıştır. On sorudan sadece iki tanesi standart tipte hazırlanmış ve öğrenciye yöneltilmiştir. Tersine çevirme stratejisinin kullanılması beklenen dokuz sorudan sadece bir tanesi öğrenci tarafından bu strateji kullanılarak çözümlenmiştir. Soruların üç tanesine soldan sağa (SOSA), iki tanesine de sağdan sola (SASO) çözüm stratejisi kullanarak cevap verilmiştir. İki sorunun çözümü de hatalıdır (ÇZHT). Ayrıntılı sorular ve çözümlerinden örnekler Tablo 4’de gösterilmiştir.

Tablo 4. Sözel standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejilerinden örnekler

1	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖSPT(5+3-2)	SOSA
2	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(5+3-3)	SASO
3	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(5+3-5)	TÇS
4	Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(?+3-3)	ÇZHT
5	Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?	SÖTÇPT(10+18-18)	SOSA

*SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi; SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

** SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma; SASO: Sağdan Sola İşlem Yapma

*** ÇZHT: Çözüm Hatalı; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Bu görüşmede öğrenciye hatalı çözüm yaptığı beşinci ve sekizinci sorularda; *“Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?”*, *“Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?”* soruları yöneltmiştir.

Yöneltilen bu sorularla, öğrencinin belli bir çokluğa aynı miktarda çokluğun eklenip aynı miktarda çokluğun çıkarılmasının durumu değiştirmedikini fark etmesi beklenmiştir. Fakat bu iki soruda da öğrenci hatalı çözüm yapmış, kendince çözüm yolları üretmeye çalışmış, her iki soruda da verilen sayıları toplayıp sonuca ulaşacağını düşünmüştür. Araştırmacı tarafından farkına vardırma amaçlı bir takım sorulara **“Bu sorunun cevabını söylemem için mutlaka bir rakam söylemem gerekiyor.”** şeklinde cevaplar vermiştir. Bu cevaplar da öğrencinin bir takım alışkanlıklarından ve kalıplaşmış düşünce ve davranışlarından kurtulamadığını göstermektedir. Baştürk’ ün (2009) bahsettiği gibi öğrencilerin yaptığı bazı hatalar sınıfın işleyişi içerisinde Brousseau (1988) tarafından da didaktik kontratı (contrat didactique) adı verilen, öğretmen-öğrenci-bilgi arasındaki ilişkileri düzenleyen beklentilerin yanlış anlaşılmasından kaynaklanabilir.

Sembolik olarak (?+18-18) ve (?+3-3) şeklinde ifade edilmesi gereken sözel tersine çevirme problem tipinde (SÖTÇPT) hazırlanan iki farklı problem sözel olarak, öğrenciye yöneltilmiştir. Görüşme sırasında, öğrenciden eklenen ve çıkarılan aynı miktarın durumu değiştirmedikini ifade etmesi beklenmiş ve araştırmacı tarafından buna yönelik sorular sorulmuştur. Bu tipte yöneltilen iki soruda da öğrencinin hatalı çözüm (ÇZHT) yaptığı görülmüştür. Öğrenci iki tip sorunun çözümünde de kendince çözüm yolları üretmeye çalışmış, toplama ve çarpma işlemlerini kullanarak sonuca ulaşabileceğini düşünmüştür.

Öğrenci, sözel tersine çevirme problem tipinde (SÖTÇPT) yöneltilen sorulardan sadece bir tanesinin çözümünde tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullanmıştır. Tüm diyaloglar ve araştırmacının bu diyaloglar sırasında aldığı notlar incelendiğinde öğrencinin sorular sözel olarak yöneltildiğinde soldan sağa işlem (SOSA) yapmayı düşündüğü görülmüştür. Öğrencinin tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı tek soru olan üçüncü soruya ilişkin araştırmacının sorduğu **“Bu sefer toplama çıkarma yapmadın galiba?”** şeklindeki soruya **“Yapmadım.”** diye cevap vermesi, soruyu çok hızlı bir şekilde cevaplaması ve **“Çünkü 5 bilye arkadaşına verdiğine göre... İlk başta 5 bilyesi vardı, 5 ten 5 çıkartırız, 3 de ekleriz.”** şeklindeki cümleleri bu soru için Tersine Çevirme Stratejisinin (TÇS) öğrenci tarafından kullanıldığını göstermektedir.

Durum II (Nilay) - I. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin standart problemlerin çözümünde farklı stratejileri kullanıp kullanmadıklarının görülmesi amacıyla hazırlanmış olan soruların tümünün çözümünde öğrencinin soldan sağa işlem (SOSA) yaptığı görülmüştür. Ayrıca

araştırmacı notları incelendiğinde, öğrencinin işlemleri soldan sağa yaparken, rakamlar küçük olmasına rağmen parmaklarını kullanarak sayma yaptığı belirlenmiştir. Tablo 5’de, yarı soyut problem tipinde (YSTÇPT) hazırlanan soruların benzerlerinin yarı soyut tersine çevirme problem tipine (YSTÇPT) uyarlanmış örnekleri verilmiştir. Kullanılan çözüm stratejilerinin anlaşılabilmesi için öncelikle öğrenciden çalışma kâğıdındaki soruları çözmesi istenmiştir, daha sonra öğrenciden, araştırmacı tarafından belirlenen bazı soruların çözümlerini anlatması istenmiştir.

Tablo 5. Yarı soyut tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 -  =?	YSTÇPT	SOSA
2.	  -  +  =?	YSTÇPT	ÇZYK
3.	  -  +  =?	YSTÇPT	TÇS / NTD
5.	  +  -  =?	YSTÇPT	SOSA
6.	  -  +  =?	YSTÇPT	TÇS / NTD
7.	  -  +  =?	YSTÇPT	TÇS / NTD
9.	  -  +  =?	YSTÇPT	SOSA
10.	  +  -  =?	YSTÇPT	ÇZHT

*YSTÇPT: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi; SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma;

**TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma; NTD: Nitel Düşünme

Yarı soyut biçimde kâğıt üzerinde sorulan on sorunun beş tanesi soldan sağa (SOSA) işlem yapma stratejisi ile üç tanesi tersine çevirme stratejisi, kalan iki tanesi hatalı çözüm ve çözümsüz olmak üzere cevaplanmıştır. Öğrenci, tersine çevirme stratejisini kullandığı sorulardan biri hariç hepsini nitel olarak algılamış ve küplerin renklerini önemseyerek işlem yapmıştır. Bu sorulardan biri olan yedinci soruya ait diyalogda öğrenci **“Yine aynı oldular çünkü sadece renkleri farklı oldu.”**, **“Burada değişen sadece sarı ve kırmızı.”** şeklinde kurduğu cümleler öğrencinin tersine çevirme prensibinin farkında olduğunu göstermektedir. Bu bulguya yönelik Nilay isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Nilay - Görüşme: 1

Soru:    -  +  =?

Ö: Tamam. Peki şunu nasıl düşündüğünü anlatır mısın bana? (2M S-S+K=?)

N: Evet. Şimdi bizim burada 2 tane mavi küpümüz 1 tane sarı küpümüz var, 1 tane sarı küp çıkartınca, zaten burada 1 tane sarı küpümüz varmış(küpleri gösteriyor), çıkartıyoruz sadece 2 tane sarı küpümüz kalıyor. Sonra bize burada 2 sarı küpe 1 tane kırmızı küp ekleyin diyor, 2 sarı küp 1 tane de kırmızı küpümüz oluyor. Toplam onlar 3 tane.

Ö: Hmmm...başta kaç tanelerdi?

N: Başta da 3 tanelerdi. **Yine aynı oldular çünkü sadece renkleri farklı oldu.** Sarıyı beğenmiyorlar kırmızıyı getiriyorlar ama 2 mavi arkadaş ayrılmıyorlar aynı kalıyorlar. **Burada değişen sadece sarı ve kırmızı...**

Yarı soyut tipte aynı renkteki küplerle kâğıt üzerinde yöneltlen yarı soyut problem tipinde yönetilmiş sekizinci soruya öğrencinin soldan sağa işlem yapma şeklinde olmuştur. Araştırmacının sorduğu yönlendirici sorulara sonuç değişmedi şeklinde cevap verse de hem araştırmacı notları, hem de öğrenci görüşme diyalogu incelendiğinde öğrencinin işlem sırasını takip ederek sırasıyla toplama ve çıkarma işlemi yaptığı görülmüştür.

Durum II (Nilay) - II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 6’da ikinci görüşmede, araştırmacı tarafından öğrencinin somut materyallerle kullanabildiği tersine çevirme prensibini sembolik olarak da ifade edip edemeyeceğini gözlemlemek amacıyla hazırlanmış sorulara verdiği cevaplar ve kullandığı çözüm stratejilerine yönelik kodlar yer almaktadır. Öğrenci, sözel olarak

sorulan sorulara cevap verirken kâğıt, kalem vb. hiçbir araç kullanmamıştır.

Tablo 6. Sözel standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

S. NO	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖSPT(5+3-2)	SOSA
2	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(5+3-3)	TÇS
4	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(5+3-5)	SOSA
5	Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(?+3-3)	ÇZHT
6	Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?	SÖTÇPT (10+18-18)	TÇS

*SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi; SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

** SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma

*** ÇZHT: Çözüm Hatalı; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Yukarıdaki tablo incelendiğinde öğrencinin ikinci ve altıncı sorularda tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı görülmektedir. İkinci sorunun öğrenci ve araştırmacı arasında geçen görüşme diyalogu ve araştırmacı notları incelendiğinde,

öğrencinin **“İlk 5 bilyemiz var, aldığımız 3 bilyeyi...3 bilye daha alıyoruz. Aldığımız o 3 bilyeyi de şey yapıyoruz ıı veriyoruz yolda gördüğümüz arkadaşımıza”** şeklinde bir cümle kurduğu görülmüştür. Aldığı kadarını arkadaşına vereceğini ve bunun kendi bilyelerinin sayısında hiçbir değişikliğe sebep olmayacağını farkında olması, öğrencinin tersine çevirme prensibinin farkında olduğunun göstergesidir. Öğrencinin bu stratejiyi bilmeden de olsa kullandığı, araştırmacıya verdiği cevaplardan anlaşılmıştır. İkinci soruya yönelik öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Nilay - Görüşme: 2

Ö: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

N: 5

Ö: Hmm... Neden?

N: İlk 5 bilyemiz var, aldığımız 3 bilyeyi...3 bilye daha alıyoruz.

Aldığımız o 3 bilyeyi de şey yapıyoruz ıı veriyoruz yolda gördüğümüz arkadaşımıza.

Ö:Aldığımız 3 bilyeyi mi veriyoruz arkadaşımıza?

N: Hıhı... (başıyla onaylıyor)

...

Öğrencinin soruyu, daha öğretmen sorusunu tamamlamadan cevaplamış olması, işlem yapmadığının fark edilmiş olması öğrencinin bu soruyu cevaplarken tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığını kanıtlamaktadır. Bir miktar çokluğa belli bir miktar çokluğun eklenip aynı miktar çokluğun çıkartılmasının durumu değiştirmedığının farkında olup olmadıklarını gözlemlemek amacıyla yöneltilen soruya öğrencinin cevabı hatalı (ÇZHT) olmuştur. Fakat araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyalogdan da anlaşılacağı gibi öğrenci tersine çevirme prensibinin farkındadır ancak sayısal bir değer bulunması gerektiğini düşünmesi sebebiyle kendini işlem yapmak zorunda hissetmiş ve bu sebeple yanlış çözümde bulunmuştur. **“İlk bilinmiyor, kutucuk diyorum ben ona, sonra +3 dedim, sonra - 3 dedim çünkü veriyorum, kalmıyor”** şeklindeki sözleri aslında tersine çevirme prensibinin farkında olunduğunun bir göstergesidir. Öğrencinin yanılgıya düşmesinin sebebinin yukarıda belirtildiği gibi sayısal bir değer bulma ya da bir işlem yapma zorunluluğunda olduğunu düşünmesi olduğu gözlemlenmektedir. Öğrencinin **“Çünkü burayı (elleriyle gösteriyor) bulmamız için büyük sayı olması gerektiğini düşündüm.”** şeklindeki sözleri bu durumu doğrulamaktadır. Bu bulguya yönelik Nilay adlı öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir.

Öğrenci: Nilay - Görüşme: 2

Soru: Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?

Ö: Nasıl düşündün? Biraz anlamakta zorluk çektin mi? Bana tekrarlattın çünkü değil mi?

N: Evet. **İlk bilinmiyor, kutucuk diyorum ben ona, sonra +3 dedim, sonra -3 dedim çünkü veriyorum, kalmıyor. Bende ne kadar kaldığını bulamıyorum... 3 ile 3 ü topladım 6 buldum...**

Stratejilerle İlgili Bulgular

Araştırmadan elde edilen bulgular ışığında, öğrenciler tarafından kullanılan stratejiler belirlenmiştir. Bunlar: Tersine Çevirme Stratejisi, Soldan Sağa İşlem Stratejisi, Sağdan Sola İşlem Stratejisi, Özdeş Sayı Önceliği Stratejisidir. Bunların yanı sıra, soruyu çözmeyi reddetme, sorunun hatalı olduğunu düşünme, tersine çevirmenin sonradan farkına varma, hesaplama yaparken parmaklarını kullanma şeklinde öğrenci davranışları da gözlenmiştir.

Tersine çevirme stratejisi sadece tersine çevirme problemlerinin çözümünde kullanılmış, sorunun hatalı olduğunu düşünme ise, nitel farklılıkları bulunan yarı-soyut materyallerle sorulan, *kırmızı küpten mavi küpün çıkarılmasının istenmesi gibi*, hem standart hem de tersine çevirme problem tiplerinde gözlemlenmiştir. Tersine çevirme stratejisini kullanan öğrenciler sorulan soruları işlem yapmadan hızlı bir şekilde cevaplamış ve araştırmacının yönelttiği sorulara “yine aynı kaldı, bir şey değişmedi...” şeklinde cevaplar vermişlerdir. Tersine çevirme prensibinin sonradan farkına varan öğrenciler ise öncelikle işlem yapma yolunu tercih etmiş ve sonrasında cevabın aynı çıktığını fark edip kendilerinin yeni bir kısa yol bulduklarını düşünmüşlerdir. Bu iki strateji arasındaki fark birinde öğrencinin kesinlikle hiçbir işlem yapmadan sonuca ulaşması diğeri ise öğrencinin işlem yapması ve sonradan durumun farkına varmasıdır.

Soldan sağa işlem stratejisini kullanan öğrenciler ilk rakamdan başlayarak sırasıyla önce ilk iki rakamı toplayan ya da çıkaran ($a+b$ ya da $a-b$) sonra üçüncü rakamı toplayan ya da çıkaran öğrenciler olarak belirlenmiştir. Sağdan sola işlem yapma stratejisini kullanan öğrencilerin ise işlem yapmaya öncelikle sondaki iki rakamdan başladıkları sonra ilk rakamı ekledikleri ya da çıkardıkları görülmüştür. Özdeş sayı önceliği stratejisi çoğunlukla standart problem tiplerinde kullanılmıştır.

Özdeş sayı önceliği stratejisini kullanan öğrencilerin ($a+b+a$) şeklindeki

sorularda öncelikle özdeş olan ilk terim ve son terim ile işlem yaptıkları, en son ortadaki terim ile işlem yaptıkları görülmüştür. Tersine çevirme problem tipindeki soruların $(a+b-b)$ çözümlerinde öğrencilerin ilk olarak özdeş sayı önceliği stratejisini kullandıkları düşünülse de, araştırmacı tarafından sorulan sorularla öğrenciler konuşturularak aslında tersine çevirme stratejisini kullandıkları fark edilmiştir. Çünkü tersine çevirme stratejisini kullanan öğrencinin hiçbir işlem yapmaya ihtiyaç duymamış olması gerekmektedir. Fakat özdeş sayı önceliği stratejisini kullanan öğrencilerin, özdeş olan iki sayıyı toplama ya da çıkarma işlemi yaptığı gözlemlenmiştir. Bu çözüm stratejilerinin yanı sıra öğrencilerin sorunun çözümüne ilişkin bir fikirleri olmadığında da soruyu çözme reddettikleri görülmüştür.

Öğrencilerin sıkça kullandıkları işlem stratejilerinden bir tanesi olan soldan sağa işlem yapma stratejisi (SOSA) dir. Bu strateji, okullardaki matematik öğretiminde Skemp'in sözünü ettiği araçsal kavrama modelinin kullanılmasının, araçsal kavrayışın daha az zaman alması, kural ezberlemenin öğrencilere daha kolay gelmesi gibi çeşitli sebeplerden dolayı daha sık kullanılmaktadır. Öğrencilerin ilköğretim çağlarından beri süregelen, işlemler soldan sağa sırayla yapılır yaygın anlayışı da bu duruma sebep olarak gösterilebilir.

Öğrenciler tarafından kullanılan bir diğer strateji ise, sağdan sola işlem yapma (SASO) stratejisidir. Bu strateji çok sık görülmemekle birlikte, zaman zaman tersine çevirme stratejisiyle karıştırılabilmektedir. Bu iki strateji arasındaki temel fark; tersine çevirme stratejilerinde işlem yapmamak esastır, sağdan sola işlem yapma stratejisinde ise, $(a+b+b)$ ya da $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilmiş bir problemde, öğrenci “ $b+b$ ” ya da “ $b-b$ ” işlemini yapar, bulduğu sonuç ile “ a ” yı toplar ve sonuca ulaşır.

Öğrencilerin kullandığı başka bir strateji de özdeş sayı önceliği (ÖSÖS) stratejisidir. Bu stratejiyi kullanan öğrenci $(a+b+a)$ şeklinde sembolize edilen problemde önce özdeş olan “ a ”ları toplar, bulduğu sonuca “ b ”yi ekler ve sonuca ulaşır. Fakat $(a+b+b)$ şeklinde sembolize edilmiş problemlerde “ $b+b$ ” işlemini yapan öğrenci hem sağdan sola (SASO) işlem stratejisini kullanmış hem de özdeş sayı önceliği (ÖSÖS) stratejisini kullanmış olmaktadır. Bu durum Şekil 5'teki stratejiler modelinde okun üzerinde iki stratejinin de isminin yazması şeklinde gösterilmiştir.

Tablo 7. Öğrencilerin yarı-soyut problem tipindeki standart ve tersine çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler

	PROBLEM TİPİ		ÖĞRENCİLER			
	Standart	Tersine Çevirme	OSMAN		NİLAY	
2. GÖRÜŞME	2M-M=?	M-M=?	SOSA	SOSA	SOSA	SOSA
	2K-K=?	3M-M+M=?	SOSA	SOSA	SOSA	ÇZYK
	2M+M=?	3M-M+K=?	SOSA	TÇS / NCD	SOSA	TÇS / NTD
	3K+K+K=?	2S+S-2S=?	SOSA	SOSA	SOSA	SOSA
	3M-M-M=?	3K+K-3K=?	SOSA	SOSA	SOSA	SOSA
	3M-2M+K=?	3M-M+K=?	SOSA	TÇS / NCD	SOSA	TÇS / NTD
	3K+2K+2K-M=?	2M S-S+K=?	SOSA	TÇS /NCD	SOSA	TÇS / NTD
	2S+2S-3S=?	3M+2M-2M=?	SOSA	TÇS	SOSA	SOSA
	M+2M-3M=?	2S-2S+2S 2K=?	SOSA	ÇZYK	SOSA	SOSA
	5K+K-2K=?	4M+S M-2K=?	SOSA	TÇS / NCD	SOSA	ÇZHT

*M: Mavi renkte blok, S: Sarı renkte blok, K: Kırmızı renkte blok

Tablo 8. Öğrencilerin, Sözel standart ve tersine çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler

Problem Tipi		Öğrenciler			
Standart	Tersine Çevirme	OSMAN		NİLAY	
5+3-2=?	5+3-3=?	SOSA	SASO	SOSA	TÇS
5+3-4=?	5+3-5=?	SOSA	TÇS	SOSA	SOSA
	?+3-3=?		ÇZHT		ÇZHT
	10+18-18=?		SOSA		TÇS
	10+18-10=?		SASO		SOSA
	?+18-18=?		ÇZHT		ÇZHT

Bu görüşmede öğrencilere ($a+b-b$; $a+b-a=?$; $?+a-a$) şeklinde sembolize edilmiş sorular sözel olarak yöneltilmiş ve öğrencilerden sorulara sözel olarak cevap vermeleri istenmiştir. Soru tipleri farklılaştıkça öğrencilerin kavrama şekillerinde farklılaşmalar olduğu görülmektedir. Bu düşüşün sebebinin bilinmeyen bir sayıya aynı miktarın eklenip çıkarılmasında, öğrencilerin sayısal bir ifade söylemek zorunda olduklarını düşünmelerinin olabileceği düşünülmektedir. Gözlemlenen ilginç bir nokta da ($a+b-b$) şeklinde sembolize edilen sorunun çözümünde aynen dördüncü görüşmede olduğu gibi ilişkisel kavramanın araçsal kavrayıştan daha yüksek çıkması, yani bu tip sorularda ($a+b-b$) öğrencilerin tersine çevirme stratejisini sık kullanmalarındır.

Sonuç

Yarı-soyut problemlerin sorulduğu görüşmelerde, öğrencilere sorulan sorular kâğıt üzerine renkli küpler çizilerek yarı soyut bir şekilde yöneltilmiştir. Yapılan görüşmelerde öğrenciler, kontrol amaçlı yöneltilen standart problemlerin tümünde soldan sağa işlem yapmayı tercih etmişler, tersine çevirme stratejisinin kullanılmasının beklendiği soruların çözümünde ise çoğunluğunun tersine çevirme stratejisini kullandıklarını gösteren hiçbir kısa yolu kullanmadıkları belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, yarı soyut şekilde kâğıt üzerine hazırlanan sorulara ait öğrenci

cevap kağıtları incelendiğinde, araştırmacının yönergesi olmamasına rağmen öğrencilerin küp şekillerini renklerine dikkat ederek çizdikleri ve yanına sayısal olarak da ifadelerini mutlaka belirttikleri görülmüştür. Bu bulgu, öğrencilerin bu soru tipini daha çok küplerin şekilleri ve renklerine dikkat ederek değerlendirdiklerini göstermektedir.

Skemp (1978), matematik öğretiminde temel olarak iki tür kavrayıştan bahsetmektedir. Bunlardan biri “neyin niçin yapıldığının bilinmesi” anlamına gelen ilişkisel kavrayış, bir diğeri ise “kuralı ezbere kullanma” anlamına gelen işlemsel öğrenme ya da diğeri bir deyişle araçsal kavrayıştır. Tersine çevirme stratejilerini kullanan çocuklar ilişkisel kavrayışa; soldan sağa işlem yapanlar, sağdan sola işlem yapanlar ve hatalı çözüm yapanlar ise araçsal kavrayışa sahip olarak kabul edilmiştir. Çalışmadaki iki farklı soru türünün de öğrenciler tarafından araçsal olarak kavrandığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgu, öğrencilerin tersine çevirme stratejilerini yarı soyut problemlerin çözümünde kullanmadıklarını göstermektedir.

Öğrencilere sözel standart tipteki sorular sözel şekilde sunulduğu görüşmede ve öğrencilerden de sözel şekilde cevaplamaları istenmiştir. Sözel olarak standart tipte sorulan iki sorunun da öğrenciler tarafından başarıyla yanıtlandığı görülmüştür. Fakat sözel tersine çevirme problem tipinde yöneltilen soruları cevaplarken öğrencilerin tersine çevirme stratejisini kullanmaktan çok soldan sağa işlem yapma yolunu tercih ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin soru ile ilgili zihinsel aktivitelerinin sorunun tamamı sorulmadan çok önce başlamış olması, öğrencilerin sonuca odaklı hareket etmelerinin ve hızlı düşünüp zihinden işlem yapmaya başlamalarının soldan sağa çözüm stratejilerini tersine çevirme stratejisinden daha sık kullanmalarına sebep olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Aynı zamanda bu öğrenci öğretmeninden daha çok soldan sağa çözüm stratejisini gördüğü ve bu stratejiyi kullanma doğrultusunda teşvik aldığı için böyle bir sonuca ulaşmak daha olasıdır.

Cevaplanan yarı soyut problemlerde görülen ilişkisel kavrayıştaki, yani tersine çevirme stratejilerinin kullanılmasındaki azalmanın sebebinin, öğrencilerin küplerin renklerindeki farklılıklara takılması olduğu düşünülmektedir. Sözel tersine çevirme problemlerinin ilişkisel ve araçsal algılanmasında da benzer bir ilişki olmasına rağmen aralarındaki keskinlik yarı-soyut problem tipindeki kadar değildir. Sözel olarak karşılaştıkları problemlerin çözümünde öğrencilerin kullandıkları tersine çevirme stratejilerini ilişkisel olarak algılamalarının oranı araçsal algılamadan daha az olsa da yarı -soyut problem tipindekinden daha fazladır. Bu da öğrencilerin tersine çevirme stratejilerini kullanmalarında ilişkisel düşünmenin daha etkili olduğunu bize göstermiştir.

Öğrencilerin hemen hemen tüm soruların çözümünde, yöneltilen ilk soruların çözümünde tersine çevirme stratejisini kullanmadıkları, fakat sorular ilerledikçe, araştırmacının da yönelttiği sorular neticesinde bu stratejiyi bilmeyi gerektiren kısa yolları sıklıkla kullanma yoluna gittikleri sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin tümünün standart tipte sorulmuş, doğru yanıtladıkları soruların çözümü sırasında soldan sağa işlem yapmayı tercih ettiği kimi zaman da parmaklarını sayarak işlem yaptıkları görülmüştür.

Tersine çevirme problem tipinde yöneltilen ve kısa yolların kullanılmasının beklenildiği soru tiplerinin çözümünde ise öğrenciler tarafından farklı stratejilerin kullanıldığı belirlenmiştir. Bu stratejiler; soldan sağa işlem yapma stratejisi ve sağdan sola işlem yapma stratejileri olarak belirlenmiştir. Kullanılan stratejiler ile ilgili bir genelleme yapmak mümkün olmamakla birlikte, öğrencilerin farklı tipteki soruları yanıtlarken farklı zihinsel süreçlerden geçtikleri dolayısıyla farklı türdeki sorular için farklı stratejiler kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin cevapladıkları soruların türü yarı soyuttan sözele doğru gittikçe tersine çevirme stratejisini kullanmalarında *İlişkisel* kavrama stratejilerinin sayısında artış görülürken *İşlemsel* ya da *Araçsal* kavrama stratejilerinde azalma görülmüştür. Bu durum sayıların kullanıldığı problemlerde daha soyut bir anlam oluştuğu için soruların anlaşılmasının güçleştiği ve öğrencinin soruyu algılamasını etkilediği düşüncesini ortaya çıkarmaktadır. ,

Bunun yanı sıra tersine çevirme stratejilerini kullanmanın ayrıştırma işlemlerinde de kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir. Örneğin 43+25-24 gibi bir problemde bir öğrencinin 25'i 24+1 şeklinde ayrıştırabilmesi ve buradan da 43+1 sonucuna kolayca ulaşması da tersine çevirme kısa yollarını kullandığını göstermektedir. Öğrencilerin daha pratik ve hızlı işlem yapmasını sağlayan tersine çevirme stratejisine ait kısa yolların öğrenilmesinin matematik öğretiminde kullanılması gerektiği, bu strateji kullanıldığında öğrencilerin tahmin etme, zihinden işlem yapabilme, pratik düşünme gibi becerilerinin gelişmesinde olumlu bir katkısı olduğu sonucuna ulaşılabilir. Yapılan araştırmada, öğrencilere yöneltilen standart problemlerin çözümünde öğrencilerden hiç birinin, temelini tersine çevirme stratejisinin oluşturduğu düşünülen ayrıştırma işlemini kullanmadığı görülmüştür. Çocukların ayrıştırma işlemini kullanmaları akıl yürütme becerisi ile ilişkilendirilirse, bu becerinin Piaget'e (1952) göre soyut işlemler döneminde kazanılabildiği, dolayısıyla bu durumun sebebinin araştırma yapılan öğrenci grubunun somut işlemler döneminde incelenen 9 yaş grubu çocuklardan oluşmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Yapılan farklı görüşmelerden elde edilen bulgular, öğrencilerin hem standart problem tipleri için hem de tersine çevirme problem tipleri için farklı stratejiler kullandıklarını göstermektedir.

Tartışma ve Öneriler

Nitel araştırma türünde yapılan bu çalışmanın sonuçları, öğrencilerin kendilerine yöneltilen tersine çevirme ve standart problemleri çoğunlukla nitel olarak algıladıklarını ve problemlerin çözümünde kullandıkları tersine çevirme stratejilerini kullanma davranışlarının ilişkisel ve araçsal algılamalara göre farklılık gösterdiğini ortaya koymuştur.

Piaget'in öğrenme kuramına ters düşecek şekilde Bryant (1992) tarafından 5- 8 yaş arası çocuklara uygulanan bir çalışmada benzer bir uygulama okul çağı ve okul öncesi çocuklarla yapılmış ve sayı yerine renkli bloklar kullanmıştır. Bryant'ın çalışmasında, 5-8 yaş arası çocuklar tersine çevirme problemlerine standart problemlere nazaran daha doğru cevaplar vermişlerdir. En küçük okul çağı çocuğu bile yoğun toplama çıkarma işlemlerinden ziyade tersine çevirme kısa yollarını kullanmışlardır. Bu çalışmada katılımcı öğrencilerden elde edilen veriler Bryant'ın çalışmasındaki sonuçlardan farklılık gösterir. Yapılan çalışmada kullanılan problem tipi yarı-soyuttan sözele doğru gittikçe tersine çevirme stratejilerinin kullanımında azalma olduğu görülmüştür.

Rasmussen, Ho ve Bisanz (2003)'a göre, yapılan analizler açıkça kıyaslanabilen çözüm yollarıyla sınırlandırıldığında tersine çevirme problemleri standart problemlerden daha hızlı çözülmüştür. Bu sonuçlar, yapılan bu çalışma ile de doğrulanmıştır. Tersine çevirme prensibini anlamış olan ve stratejisini kullanabilen çocuklar, tersine çevirme problemlerini standart problemlerden daha hızlı çözmüşlerdir. Rasmussen ve arkadaşları, çalışmalarının tartışma bölümünde tersine çevirme prensibine ait kısa yolların ve temel bilgilerin okullarda verilmesinin gerekli olmadığı ve öğrencilerin kendilerinin çıkarımlarda bulunabildiğinden söz etmişlerdir. Ancak bu çalışmada öğrencilerin sözel olarak ifade edilen standart ve yarı soyut soru tipindeki sorularda tersine çevirme kısa yolunu sıklıkta kullanmadıkları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin sembolik ifadelerle ilk kez tanıştıkları ilkokullarda aldıkları eğitimin çıkarım yapmalarına olanak sağlamada yetersiz kaldığının bir göstergesi olabilir.

Bu sonuçlar, yani somuttan soyuta gidildikçe SOSA (soldan sağa işlem) gibi strateji kullanımlarında artış görülmesi, yarı-soyut problem türünde görülen tersine

çevirme mantığının sözel problemlerde gitgide yok olması ve işlem yapma davranışına dönük bir eğilim göstermektedir. Bu da çocuğun okulda matematik öğrenmeye başladıktan sonra öğretmen tarafından oldukça sınırlandırıldığı ve kullandığı öğretim yönteminde eksiklikler ve hatalar olabileceği fikrini uyandırmaktadır.

Bunun yanı sıra, katılımcı öğrencilerin cevapları dikkate alınarak tersine çevirme stratejilerinin kullanılması ile yakından ilişkili olan ve aynı zamanda ilköğretim matematik programında kazandırılması gereken önemli becerilerden biri olarak görülmesine rağmen zihinden işlem yapma becerisinin geliştirilmesine yönelik çalışmaların okullardaki uygulamalarının yetersiz olabileceği düşüncesi oluşmuştur.

Bunun sebebinin ilköğretim öğretmenlerinin öğrencilerin işlemi yapma sürecinden ziyade cevabın doğruluğu ile ilgilendikleri, yazılı işlem kurallarına ağırlık verdikleri, yani Skemp'in matematik öğretiminde temel aldığı ilişkisel kavrama modeli yerine araçsal kavramayı tercih ettikleri ve bu şekilde öğrencilerin zihinden hesap ve tahminle ilgili becerilerini geliştirmelerini engelledikleri düşünülmektedir. Bu sebeple, ilköğretim matematik programında, tersine çevirme prensibinin temelinde yatan işlem özelliklerinden olan, *kapalılık*, *değişme*, *dağılma*, *birim eleman olma*, *ters elemanı olma* ve özellikle *birleşme* özelliği üzerinde önemle durulmalıdır.

İlköğretim matematik programında, dolayısıyla öğretmenlerin hazırladıkları planlarda zihinden hesap yapma ve tahmin becerilerini geliştiren, öğrencinin kısa yollar bulup kullanmasına olanak sağlayacak etkinliklere yer verilmesi bu becerilerin geliştirilmesi açısından faydalı olacaktır. Ayrıca, öğretmenin zihinden hesap yapma ve tahminle ilgili eğitim vermeye özel olarak dersini ayırması, ders sırasında öğrencilerin geliştirdikleri kısa yol stratejilerini uygulamalarına imkân vermesi, kullanılan bu stratejilere değer vermesi ve öğrencinin kullandığı stratejiyi sınıf arkadaşlarıyla paylaşması, gerektiğinde tüm sınıfla tartışması, kullanılan kısa yol stratejilerinin artmasına sebep olacaktır.

KAYNAKÇA

Arsal, Z. (2002). ‘İlköğretim Matematik Dersi Bölme İşleminde Somut Yaşantılarla Yapılan Öğretimin Etkililiği’. Doktora Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Bolu.

Baroody, A. (1999). Children’s Relational Knowledge of Additional and Subtraction. *Cognition Instruction*, 17, 2, 137-175.

Baştürk, S. (2009). Mutlak Değer Kavramı Örneğinde Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarına Yaklaşımı. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3, 1, 174-194.

Baykul, Y. (1999). İlköğretimde Matematik Öğretimi, İlköğretimde Etkili Öğretme ve Öğrenme Öğretmen El Kitabı, 6.modül, MEB yayınları.

Bisanz, J., Watchorn, R. P. D., Piatt, C. & Sherman, J. (2009). On ‘Understanding’ Children’s Developing Use of Inversion. *Mathematical Thinking and Learning*, 11, 10-24.

Bryant, P. (1992). Arithmetic in the Cradle. *Nature*, 358, 712-713.

Bryant, P., Christie, C. & Rendu, A. (1999). Children’s Understanding of the Relation between Addition and Subtraction: Inversion, Identity, and Decomposition. *Journal of Experimental Child Psychology* 74, 194-212.

Klein, J. S. & Bisanz, J. (2000). Preschoolers Doing Arithmetic: The Concepts are Willing But the Working Memory is Weak. *Canadian Journal Experimental Psychology*, 54, 105-114.

Mesleki Eğitim ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi. (2007). Çocuk Gelişimi ve Eğitimi, Bilişsel Gelişim Ders Notları. Ankara, 27-38.

Olkun S. & Toluk Z. (2004). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi, Anı Yayınevi, Ankara

Patton, M. Q. (1987). *How to Use Qualitative Methods in Evaluation?*. USA: Sage.

Piaget, J. (1952). *The Child’s Conception of Number*. London: Routledge

Rasmussen, C., Ho, E. & Bisanz, J. (2003). Use of the Mathematical Principle of Inversion in Young Children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 89-102.

Robinson, K. M. (2006). A Microgenetic Study of the Conceptual Development of Inversion on Multiplication/Division Inversion Problems. *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 2032-2037

Robinson, K. M., Ninowski, E. J. & Gray L. M. (2006). Children's Understanding of the Arithmetic Concepts of Inversion and Associativity. *Journal of Experimental Child Psychology*, 94,346-362

Robinson, K. M. & Ninowski, E. J. (2003). Adult's Understanding of Inversion Concepts: How Does Performance on Addition and Subtraction Inversion Problems Compare to Performance on Multiplication and Division Inversion Problems? *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 57, 321-330

Schoenfeld, A. (1987). *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum Assoc.

Sherman, J. & Bisanz, J. (2007). Evidence for Use of Mathematical Inversion by Three-Year-Old Children. *Journal of Cognition and Development*, 8, 3, 333-344.

Skemp, R. R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Arithmetic Teacher*, 26, 3, 9-15.

Skemp, R. R. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics*. Second Edition, Middlesex, England: Penguin.

Van De Walle, J. A., (1994), *Elementary School Mathematics*, Virginia Commemralth Univ.-Longman.

Yıldırım, A., Şimşek H. (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (2. Baskı). Ankara: Seçkin Yayınevi

Wyness, M. (2010). Children's and Young People's Participation within Educational and Civic Settings-A Comparative Case Study Approach to Research, 159-167. In D. Hartas (Ed.), *E Ducational Research and Inquiry- Qualitative and Quantitative Approaches*.